

ДРУШТВО ФИЗИЧАРА СРБИЈЕ И ЦРНЕ ГОРЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ И СПОРТА РЕПУБЛИКЕ СРБИЈЕ
МИНИСТАРСТВО ПРОСВЕТЕ РЕПУБЛИКЕ ЦРНЕ ГОРЕ

40. Савезно такмичење за ученике основних школа школске 2004/2005. године

б. разред

1. Аутомобил се креће константном брзином. У почетном моменту посматрања секундна казаљка на сату возача је била на нули, после пређена 3 километра на 30 секунди, а након још 4 километра на 50 секунди. Одредити брзину аутомобила уколико је познато да је она већа од 40 километара.
2. Аутомобил се у 12 h и 40 min налазио на путу између места А и места Б, негде између 20. и 50. километра. У интервалу између 13 h и 50 min и 14 h и 20 min аутомобил је прешао 75. километар. У 15 h и 10 min налазио се између 125. и 150. километра. Када се очекује његов долазак у место Б, уколико се он креће константном брзином, а растојање између места је 180 km?
3. Ученик шестог разреда је кренуо, праволинијском путањом, из своје зграде у зграду у којој станује његов друг. Након неког времена је упоредио висине једне и друге зграде. На своје изненађење приметио је да привидна висина његове зграде и оне ка којој иде стоје у односу 3:2. Колико времена треба након тога да се креће, да би привидне величине зграде биле у обрнутом односу? Сматрати да је брзина ученика константна и да износи 1 метар у секунди, као и то да је привидна висина предмета обрнуто сразмерна њиховој удаљености од ученика. Зграде су једнаких висина, а растојање од једне до друге је 500 метара. (Занемарити висину ученика у односу на висину зграда а уколико се приликом решавања појави израз облика $k^2 - 1$ искористити чињеницу да он може да се запише на следећи начин $k^2 - 1 = (k - 1)(k + 1)$).
4. Под дејством тега тежине од $5N$ опруга има дужину 12 cm, а ако на њу делује сила од $12N$, њена дужина износи 14 cm. Колика је дужина опруге када она није истегнута? Ако је дужина опруге под дејством неке силе 16 cm, одредити силу којом треба деловати на тако истегнуту опругу да би њена дужина била једнака половини дужине опруге када на њу не делује никаква сила?
5. Брзиномер и километар-сат у аутомобилу показују брзину и пређени пут аутомобила у односу на подлогу по којој се он креће. Аутомобил наилази на две узастопне покретне траке чије су дужине по 500 метара. И једна и друга трака се крећу у истом смеру и то брзинама 20, односно 30 km/h. По првој траци аутомобил се креће једном, а по другој неком другом константном брзином. Шта показује брзиномер за време кретања по свакој од покретних трака, ако су од момента наилаaska на прву па до силажења са друге протекле 72 секунде, а километар-сат показује пређени пут од 500 метара? Растојање између трака и време преласка са једне на другу занемарити. У ком смеру се крећу траке, у односу на смер кретања аутомобила?

Напомена: сваки задатак се бодује са по 20 поена.

Задатке припремио: др Љубиша Нешић

Рецензент: др Мирослав Николић

Председник комисије: др Надежда Новаковић

Свим такмичарима желимо успешан рад

40. Савезно такмичење за ученике основних школа школске 2004/2005. године
Решења задатака за 6. разред

1. Према ономе што показује сат, може да се закључи да је првих 3000 метара, аутомобил прешао за $(60m + 30)s$, где је m - цео позитиван број или нула. Одатле следи да величина $1/v$, где је v -брзина аутомобила, може да има следеће вредности:

$$\frac{1}{v} = \{0,01; 0,03; 0,05; 0,07; 0,09; 0,11; 0,13; \dots\} \frac{s}{m}.$$

Следећих 4000 метара, аутомобил прелази за $(60n + 20)s$; n - цео позитиван број или нула, тако да је:

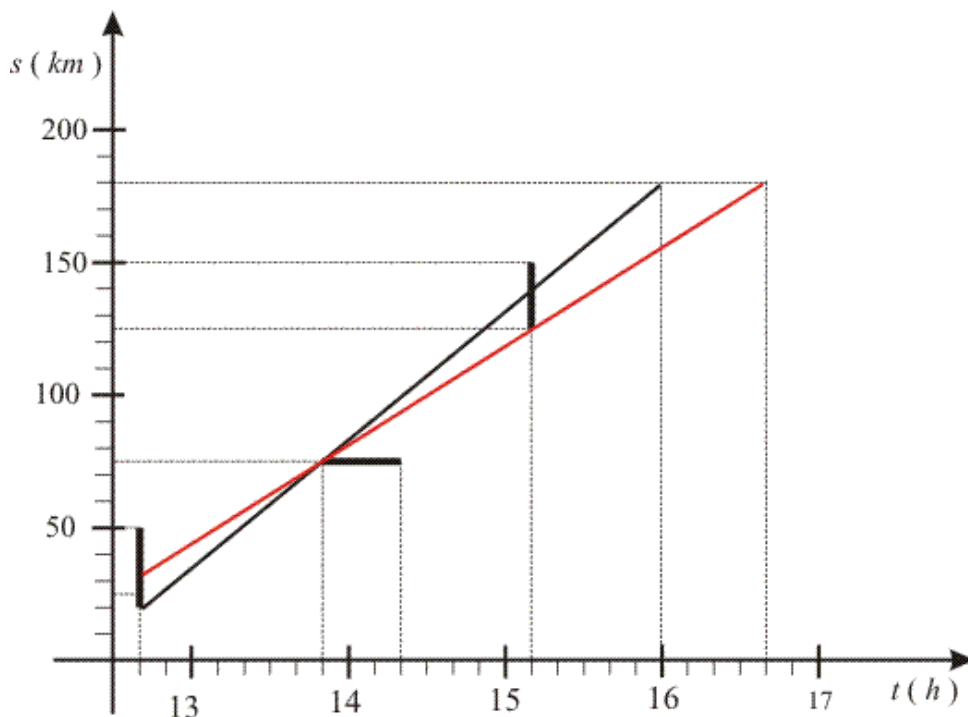
$$\frac{1}{v} = \{0,005; 0,02; 0,035; 0,05; 0,065; 0,08; 0,095; 0,11; 0,125; \dots\} \frac{s}{m}.$$

Како се аутомобил креће константном брзином, величина $1/v$ може да има само вредности које се налазе истовремено и у једном и у другом скупу могућих вредности, тј.:

$$\frac{1}{v} = \{0,05; 0,11; \dots\} \frac{s}{m}.$$

Према услову задатка је $v > 40 \text{ km/h} = 11,1 \text{ m/s}$, тј. $1/v < 0,09 \text{ s/m}$. Према томе, из скупа могућих вредности ове величине, само једна задовољава овај услов, и то $1/v = 0,05 \text{ s/m}$, а одатле је тражена брзина $v = 20 \text{ m/s} = 72 \text{ km/h}$.

2. Задатак је најлакше решити графички. На координатни систем, чије су осе пређени пут аутомобила s и време t , треба нанети положаје аутомобила са тачношћу датом у задатку. Познато је да је аутомобил у 12 h и 40 min прешао између 20 и 50 километара, што значи да његов положај може да се представи вертикалном дужи. Аналогно томе одговарајућим дужима се могу представити и друга два положаја аутомобила која су поменута у задатку. Како је зависност пређеног пута од времена при равномерном кретању права линија, да би се добио одговор на питање постављено у задатку, треба повући две праве линије тако да оне пролазе кроз све нацртане одсечке а при том једна од њих има највећи а друга најмањи могући нагиб. Праве ће на хоризонталној испрекиданој линији која одговара пређеном путу од 180 километара, тј. доласку аутомобила у место Б, одсећи дуж чија пројекција на временску осу даје тражени временски интервал. Са слике је очигледно да се долазак аутомобила у место Б може очекивати између 16 h и 16 h и 40 min



3. Нека је удаљеност зграда $l = 500m$ и $k = 1,5$. Ако се са h_1' и h_2' означе привидне величине зграда у тренутку када је ученик први пут обратио пажњу на њих, са x_2 и $l - x_2$ његова удаљеност од друге, односно прве зграда у том тренутку, према условима задатка важи $kh_2' = h_1'$, и $\frac{x_2}{l - x_2} = \frac{h_1'}{h_2'}$ што даје $k(l - x_2) = x_2$ (*). Након траженог времена t , он је крећући се

брзином v прешао пут $L = vt$, тако да је $kh_1'' = h_2''$, што уз $\frac{x_2 - L}{l - x_2 + L} = \frac{h_1''}{h_2''}$ даје

$k(x_2 - L) = l - x_2 + L$ (**). Из једначина означених са (*) и (**) се добија $l = \frac{k+1}{k-1}L$, односно

$$t = \frac{k-1}{k+1} \frac{l}{v}. \text{ Одатле је } t = 166,66s.$$

4. Како су издужења приликом деловања тежине од $Q = F_1 = 5N$ и силе од $F_2 = 12N$, $\Delta l_1 = l_1 - l_0$ и $\Delta l_2 = l_2 - l_0$, важи $\frac{F_1}{F_2} = \frac{\Delta l_1}{\Delta l_2}$, одакле следи да је $l_0 = \frac{l_1 F_2 - l_2 F_1}{F_2 - F_1}$, $l_0 = 10,6cm$. Јачина

треће силе је $F_3 = F_2 \frac{\Delta l_3}{\Delta l_2}$, односно $F_3 = 19N$. Резултујућа сила под дејством које се опруга

сабија на половину дужине је једнака разлици тражене силе F_4 и силе $F_3 = 19N$, која истеже опругу на 16 центиметара, $R = F_4 - F_3$ и за њу важи нпр. $R = F_2 \frac{l_0/2}{\Delta l_2}$, тј. $R = 18,7N$ па је

тражена сила $F_4 = F_3 + R = 37,7N$.

5. За непокретног посматрача брзине аутомобила приликом кретања по тракама су $u_1 + v_1 = L/t_1$ и $u_2 + v_2 = L/t_2$, где су u_1 и u_2 брзине аутомобила у односу на прву тј. другу траку, а t_1 и t_2 времена кретања по њима. Како је збир времена $t_1 + t_2 = t = 72s$, добија се

$\frac{L}{u_1 + v_1} + \frac{L}{u_2 + v_2} = t$ (*). Са друге стране, како километар-сат показује укупан пређени пут

$L = 500m$, а аутомобил га прелази крећући се брзинама u_1 и u_2 , мора да важи $L = u_1 t_1 + u_2 t_2$, тј.

$\frac{u_1}{u_1 + v_1} + \frac{u_2}{u_2 + v_2} = 1$ (**). Разлагањем последњег израза се добија услов $u_1 u_2 = v_1 v_2$ (***)

Комбиновањем означених израза (нпр множење израза (*) са u_1 и коришћењем односа $u_1/(u_1 + v_1)$ добијеног из (**)) и израза (***) за тражене брзине се добија

$$u_1 = v_2 \frac{L - v_1 t}{v_2 t - L} = 30km/h, \text{ односно } u_2 = v_1 \frac{v_2 t - L}{L - v_1 t} = 20km/h.$$